

ПРОГРАММА

ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНОВ В АСПИРАНТУРУ

Математический аппарат для моделирования

Общие сведения о математических моделях

1. Понятие математической модели для различных объектов, классификация математических моделей; микро-, макро-, метамоделли.
2. Методы построения математических моделей, понятия имитационного и статистического моделирования, их достоинства и недостатки.

Литература: [3], [19],[26], [32], [34], [35]

Дифференциальное исчисление

3. Метрические пространства, принцип сжимающих отображений.
4. Непрерывность, дифференцируемость функции, правила дифференцирования функций, производная сложной и обратной функции, дифференцирование неявных функций.
5. Основные теоремы дифференциального исчисления, формула Тейлора.
6. Функции многих переменных, частные производные, дифференцируемость сложной функции.
7. Дифференциал функции многих переменных, производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора.
8. Теорема о неявной и обратной функциях.

Литература: [11], [36], [37], [38]

Линейная алгебра и тензорное исчисление

9. Элементы теории множеств, алгебра множеств, отображения и функции.
10. Матрицы, операции с матрицами, обратная матрица.
11. Линейное пространство, базис, замена базиса, евклидовы пространства.
12. Собственные векторы и собственные значения, приведение квадратичной формы к каноническому виду, критерий Сильвестра.
13. Понятие вектора и тензора, ковариантные и контравариантные компоненты, алгебраические операции с тензорами.
14. Ортогональные, симметричные, кососимметричные тензоры, полярное разложение тензора.
15. Ковариантное дифференцирование тензоров.
16. Инварианты тензоров и группы преобразований, теорема Гамильтона-Кэли.

Литература: [1], [10], [11], [12], [21], [24]

Ряды и элементы функционального анализа

17. Числовые ряды, признаки сходимости рядов, абсолютная и условная сходимости.
18. Функциональные ряды, их сходимости и равномерная сходимости, свойства равномерно сходящихся рядов, ряд Тейлора, разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
19. Ортонормированные системы и ряды Фурье, разложение функций в тригонометрические ряды Фурье, преобразование Фурье, косинус- и синус-преобразования Фурье.
20. Нормированные пространства, Банаховы пространства, сепарабельные пространства, сходимости рядов в банаховых пространствах.
21. Гильбертовы пространства, ортонормированные системы в гильбертовых пространствах.

Литература: [11], [27], [28], [39]

Теория функций комплексного переменного

47. Определение комплексного числа, алгебраическая и тригонометрическая формы записи.
48. Функции комплексного переменного.

49. Дифференцирование функций комплексного переменного.
50. Интегрирование функций комплексного переменного, интегральные теоремы Коши.
51. Функциональные ряды на комплексной плоскости, разложение функций в ряд Тейлора, ряд Лорана.
52. Изолированные особые точки, классификация аналитических функций по их особым точкам, вычеты в изолированных особых точках.
52. Конформные отображения и их свойства.

Литература: [11], [42]

Теория вероятностей и случайных процессов, математическая статистика

54. Понятие случайных величин и их вероятности, дискретные и непрерывные случайные величины, формула Байеса.
55. Функция распределения и плотность распределения случайных величин, гауссовское распределение, моменты распределения.
56. Функции случайных величин, закон больших чисел, центральная предельная теорема.
57. Понятие случайного процесса, классификация случайных процессов; стационарные, гауссовские, эргодические процессы.
58. Корреляционные функции, спектральное стационарных процессов.
59. Марковские процессы, уравнение Колмогорова.
60. Гистограммы и эмпирические функции распределения, оценка параметров, проверка гипотез (критерий Уилкоксона, F-критерий, Хи-критерий).

Литература: [2], [5], [6], [7], [14]

Вариационное исчисление и оптимальное управление

61. Основные понятия вариационного исчисления. Задачи, приводящие к вариационным проблемам, вариационные задачи с фиксированными, подвижными границами. Задачи на условный экстремум. Принцип взаимности. Достаточные условия: слабый, сильный экстремум.
62. Оптимальное управление, основные понятия. Вариационные методы в оптимальном управлении. Принцип максимума Понтрягина. Метод динамического программирования.
63. Прямые методы вариационного исчисления. Постановка вариационных задач. Методы решения вариационных задач. Двойственные вариационные задачи.
64. Основные вариационные принципы классической механики. Уравнения движения системы материальных в обобщенных координатах. Вариационные принципы Даламбера-Лагранжа, Гаусса, стационарного действия Гамильтона.

Литература: [4], [11], [13], [18]

Методы приближенных вычислений и решения обыкновенных дифференциальных уравнений

65. Правила приближенных вычислений, погрешность вычисления функций.
66. Итерационные методы решения нелинейных алгебраических уравнений, метод Ньютона и его модификации.
67. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод прогонки, метод Гаусса, метод Холецкого, итерационный метод, метод Зейделя.
68. Методы решения задачи интерполирования функций, метод наименьших квадратов.
69. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, методы Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса, схемы предиктор-корректор для решения задачи Коши.

Литература: [9], [11], [25]

Дифференциальная геометрия

22. Плоская кривая, ее кривизна и эволюта.
23. Пространственная кривая, ее кривизна, формулы Френе.
24. Поверхности, первая и вторая квадратичные формы поверхности.
25. Девриационные формулы, тензор кривизны поверхности, основная теорема поверхностей.
26. Кривые на поверхности, радиусы кривизны, главные кривизны поверхности, линии кривизны, геодезические линии.

Литература: [10], [11], [21], [24]

Обыкновенные дифференциальные уравнения

27. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений, задача Коши, теоремы существования и единственности.
28. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, случаи интегрируемости.
29. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.
30. Системы линейных дифференциальных уравнений.
31. Нелинейные дифференциальные уравнения высших порядков.
32. Теория устойчивости решений систем дифференциальных уравнений. Теоремы Ляпунова.

Литература: [16], [20], [22], [27]

Уравнения в частных производных

33. Уравнения 1-го порядка, задача Коши и характеристики.
34. Классификация уравнений 2-го порядка, характеристики.
35. Параболические уравнения, постановка начально-краевых задач, уравнение теплопроводности, метод Фурье для задачи теплопроводности, функция Грина, метод преобразования Лапласа.
36. Эллиптические уравнения, постановки задач Дирихле, Неймана, уравнения Лапласа и Пуассона.
37. Принцип максимума, гармонические функции и их свойства, формулы Грина, фундаментальное решение оператора Лапласа, потенциалы.
38. Собственные значения и собственные функции для эллиптических задач.
39. Гиперболические уравнения, постановки начально-краевых задач, уравнение колебания струны, метод Фурье для уравнений гиперболического типа.

Литература: [8], [11], [15], [18], [31], [30], [33]

Интегральное исчисление

40. Неопределенный интеграл, первообразная, методы интегрирования.
41. Определенный интеграл, суммы и интегралы Дарбу, свойства интегрируемых функций, определенный интеграл с переменным пределом, несобственные интегралы
42. Интегралы, зависящие от параметра, дифференцирование и интегрирование интегралов по параметру.
43. Кратные интегралы, свойства кратного интеграла.
44. Криволинейные координаты, условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
45. Поверхностные интегралы, формула Грина.
46. Формула Стокса, формула Остроградского-Гаусса.

Литература: [11], [27], [40], [41]

Литература

1. Беклемишев Д.В., Курс аналитической геометрии и линейной алгебры., М, Наука, 1980.
2. Боровков А.А., Теория вероятностей. М., Наука, 1986.
3. Бусленко Н.П., Моделирование сложных систем. М., Наука, 1978.
4. Бухгольц И.И., Основной курс теоретической механики.ч.2, М.,Наука,1966.
5. Вентцель Е.С., Теория вероятностей., М., Физматгиз,1962.
6. Гнеденко Б.В., Курс теории вероятностей., М., Наука, 1972.
7. Гмурман В.Е., Теория вероятностей и математическая статистика. М., Высшая школа. 1977.
8. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М., Наука, 1971.
9. Демидович Б.П., Марон И.А., Основы вычислительной математики, М., Физматгиз, 1963.
10. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р., Линейная алгебра и многомерная геометрия., М., Наука, 1974.
11. Корн Г., Корн Т., Справочник по математике., М., Наука, 1977.
12. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т.IV Линейная алгебра.
13. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т.XV ВанькоВ.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление.
14. Математика в техническом университете/ под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. XV111 Случайные процессы.
15. Математика в техническом университете/ под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т.XII Дифференциальные уравнения математической физики.

16. Математика в техническом университете/ под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. VIII Дифференциальные уравнения.
17. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости. М., Наука, 1987.
18. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М., ГИТТЛ, 1967.
19. Норенков И.П. Введение в автоматическое проектирование ТУ и С.М., Высшая школа, 1986.
20. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М-Л. ГИТТЛ. 1952.
21. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу, М., Изд-во МГУ, 1986.
22. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Наука, 1970.
23. Розанов Ю.А. Теория вероятностей.
24. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия.
25. Самарский А.А. Теория разностных схем., М., Наука, 1977.
26. Самарский А.А., Михайлов А.М. Математическое моделирование. М., Наука, 1997.
27. Смирнов В.И. Курс высшей математики, М., Наука, 1974, т. II
28. Смирнов В.И. Курс высшей математики, М., Наука, 1974, т. III, ч. I
29. Смирнов В.И. Курс высшей математики, М., Наука, 1974, т. IV, ч. I
30. Смирнов В.И. Курс высшей математики, М., Наука, 1974, т. IV, ч. 2
31. Соболев С. Л. Уравнения математической физики. М.Наука. 1966.
32. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике., 1984.
33. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1966.
34. Шалыгин А.С., Палагин Ю.И. Прикладные методы статистического моделирования, М. Машиностроение, 1986.
35. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем - искусство и наука. М., Мир, 1978.
36. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. I Введение в анализ.
37. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. II Дифференциальное исчисление функций одного переменного.
38. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. V Дифференциальное исчисление функций многих переменных .
39. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. IX Ряды.
40. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. VI Интегральное исчисление функций одного переменного.
41. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. VII Кратные и криволинейные интегралы.
42. Математика в техническом университете / под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко, т. X Теория функций комплексного переменного.